

基于 LQS 的基本矩阵计算方法

黄以君^{1),2)} 刘伟军¹⁾

¹⁾(中国科学院沈阳自动化研究所先进制造技术实验室,沈阳 110016) ²⁾(中国科学院研究生院,北京 100039)

摘要 基本矩阵作为分析两视图对极几何的有力工具,在视觉领域中占用重要的地位。分析了传统鲁棒方法在基本矩阵的求解问题中存在的不足,引入了稳健回归分析中的 LQS 方法,并结合 Bucket 分割技术,提出一种鲁棒估计基本矩阵的新方法,克服了 RANSAC 方法和 LMedS 方法的缺陷。模拟数据和真实图像实验结果表明,本文方法具有更高的鲁棒性和精确度。

关键词 计算机视觉 基本矩阵 鲁棒估计 LQS 方法 Bucket 分割

中图法分类号: TP391.4 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)10-2069-05

A Method for Fundamental Matrix Estimation Using LQS

HUANG Yi-jun^{1),2)}, LIU Wei-jun¹⁾

¹⁾(Advanced Manufacturing Laboratory, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016)

²⁾(Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Abstract The fundamental matrix is an effective tool to analyze epipolar geometry and plays an important role in computer vision. This paper analyzes the shortcoming of traditional robust methods in estimating the fundamental matrix, and proposes a novel technique for estimating the fundamental matrix using LQS and bucketing technique in robust regression, which eliminates the drawbacks of RANSAC and LMedS. Experimental results on synthetic data and real images show that the proposed algorithm achieves high accuracy and robustness.

Keywords computer vision, fundamental matrix, robust estimate, LQS, bucketing technique

1 引言

基本矩阵是分析两幅视图间对极几何关系^[1]的有力工具,它独立于场景结构,只利用两幅图像中的对应点就可以计算出,而不必知道相机的内部参数和相对姿态。它的准确求解是 3 维重建、运动估计、摄像机自标定、匹配和跟踪的基础^[2-3]。

要进行基本矩阵的估计,首先需要建立一个由左右视图中的特征点构成的匹配集。通常,从图像中提取特征点时,特征点的位置往往受到图像噪声和测量噪声干扰;在图像匹配时,也容易出现误匹配的情况,所以这个匹配集不可避免地会包含不符合

实际模型的 outliers^[4],使得一些常用方法,如 8 点算法、线性方法和非线性方法^[1]等不再适用。

为了消除野值对计算结果的影响,许多研究人员引入统计学中的稳健回归分析方法(robust regression analysis),提出了一些估计基本矩阵的鲁棒方法,如 RANSAC (random sample consensus) 方法,LMedS (least median squares) 方法,M-estimators 方法^[5-8]等。但是每种鲁棒方法,都有自身的局限性,如 M-estimators 方法能抑制大误差数据,但是对完全错误数据失效;LMedS 算法是通过最小化残差中值求解,所以只适用于数据错误率小于 50% 的情况;而 RANSAC 方法受到误差方差 σ^2 的先验知识的影响。

收稿日期:2008-04-21;改回日期:2008-09-01

第一作者简介:黄以君(1983 ~),女。中国科学院沈阳自动化研究所机械电子工程专业博士研究生。研究方向为计算机视觉、3 维重建。E-mail:huangyijun@sina.cn

根据鲁棒方法的基本思想,提出了一种基于 LQS (least quantile of squares) 方法^[9] 估计基本矩阵的新方法,并采用了 Buckets 分割技术^[10]。本文方法在确定内值 inliers^[4] 时,不需要图像噪声方差 σ^2 的先验知识,对错误率超过 50% 的数据仍然能够处理;而且解决了随机抽样检验时样本局部集中的问题。最后,通过仿真实验和真实图像实验,检验本文方法的精确度和鲁棒性。

2 基本矩阵

2.1 基本矩阵的性质

基本矩阵是对极几何的代数表示,定义了从极点到对极线的射影映射。在齐次坐标系中,对极约束表示为

$$\mathbf{m}_i^T \mathbf{F} \mathbf{m}_i = 0 \quad (1)$$

式中, \mathbf{m}_i 和 \mathbf{m}'_i 是两视图中的一对对应点, $\mathbf{m}_i = (x_i, y_i, 1)^T$, $\mathbf{m}'_i = (x'_i, y'_i, 1)^T$, 秩为 2 的 3×3 齐次阵 \mathbf{F} 就是基本矩阵。

2.2 一般计算方法

将式(1)写成代数表达形式

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{f} = 0 \quad (2)$$

式中, $\mathbf{f} = (f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{21}, f_{22}, f_{23}, f_{31}, f_{32}, f_{33})^T$, $\mathbf{a}_i = (x'_i x_i, x'_i y_i, x'_i, y'_i x_i, y'_i y_i, y'_i, x_i, y_i, 1)^T$ 。

如果已知 N 组对应点的图像坐标,由式(2)可以得到如下线性方程组:

$$\mathbf{A} \mathbf{f} = 0 \quad (3)$$

式中, $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N)^T$ 是一个 $N \times 9$ 矩阵。

基本矩阵 \mathbf{F} 有 9 个元素,由于它的秩为 2 和齐次性约束,所以 \mathbf{F} 只有 7 个自由度。因此理论上,已知 7 组对应点便可以确定 \mathbf{F} ^[5]。但是,对应点的坐标含有误差,使用更多对应点计算 \mathbf{F} ,可以减小图像噪声的干扰。此时式(3)中矩阵 \mathbf{A} 的秩为 9,使用最小二乘法求解超定方程组式(3)便得到 \mathbf{F} 的线性解。

计算基本矩阵的非线性方法^[1]是由线性方法给定一个初值,然后使用迭代方法最小化某一代数误差或几何误差函数。

3 估计基本矩阵的鲁棒方法

在实际应用中,用来计算基本矩阵的匹配点集中含有误差和误匹配的点对,所以需要使用鲁棒方法估计基本矩阵。鲁棒方法的基本思想是:首先通

过多次随机抽样检验获得一个“较准确”的基本矩阵;然后依据这个较准确的结果剔除匹配集中的野值(outliers),生成一个误差较小的 inliers 集合;最后根据 inliers,使用线性方法或非线性方法获得精确的基本矩阵。鲁棒估计方法的一般步骤总结如下:

(1) 建立初始对应点集 $\{\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i\}, i = 1, \dots, N$ 。

(2) 计算随机抽样次数 K , 其中 ε 为假定的野值比例, P 为 K 次抽样中至少有一次抽取的样本都是内点的概率, ν 为样本大小:

$$K = \frac{\log(1 - P)}{\log[1 - (1 - \varepsilon)^\nu]} \quad (4)$$

(3) 重复 K 次随机抽样:

① 随机抽取一个小的样本;

② 由该样本计算基本矩阵,记为 $\mathbf{F}_j, j = 1, \dots, K$;

③ 用 \mathbf{F}_j 计算每组对应点的残差 r_i :

$$r_i = \frac{1}{2} [d(\mathbf{m}'_i, \mathbf{F}_j \mathbf{m}_i) + d(\mathbf{m}_i, \mathbf{F}_j^T \mathbf{m}'_i)] \quad (5)$$

④ 设计量度标准,评价 \mathbf{F}_j 的精确度。

(4) 根据步骤(3)的结果,在 K 个基本矩阵 \mathbf{F}_j 中选择精确度最高的基本矩阵 \mathbf{F}_{opt} ,并根据 \mathbf{F}_{opt} 剔除误差大的点对,得到 inliers。

(5) 根据 inliers 计算基本矩阵。

各种鲁棒算法的主要区别在于步骤(4)中对 \mathbf{F}_j 评价的方法,所以每种鲁棒方法都有一定的适用条件。RANSAC 和 M-estimators 都要求有误差方差 σ^2 的先验知识才能对 \mathbf{F}_j 进行评价,因此 σ^2 准确程度影响了 \mathbf{F}_{opt} 的选取;而 LMedS 是将残差集合 $\{r_i\}$ 的中间值作为 \mathbf{F}_j 的误差 e_j ,所以要求原始数据中的野值比例小于 50%。

3.1 LQS 方法

LQS 方法^[9]是一种稳健回归分析方法。它不要求已知或预先估计误差方差 σ^2 ;根据设定的野值比例 ε 选取 $\{r_i\}$ 的分位点作为 \mathbf{F}_j 的误差。也就是将集合 $\{r_i\}$ 中的元素从大到小排列,取第 εN 个作为 \mathbf{F}_j 的误差 e_j^{lqs} ,即 \mathbf{F}_j 的评价标准。当 $\varepsilon = 0.5$ 时, LQS 方法与 LMedS 方法是等同的。

3.2 Bucket 分割

由前面介绍的鲁棒方法的一般计算过程可知,各种方法都需要从给定对应点集中随机抽取一个子集作为样本(步骤①),但抽取的样本点很可能在空间分布集中,导致由此样本得到的基本矩阵

误差较大,利用 Bucket 平面分割技术^[10]来解决这个问题。

在进行鲁棒估计之前,对一幅图像平面进行网格划分,分成若干 buckets,如图 1 所示,根据每个 bucket 中的点数确定其命中概率。每次根据命中概率选取一个 bucket,并从中随机抽取一个非重复的点,由这样一组点作为样本,就可以避免样本分布集中。

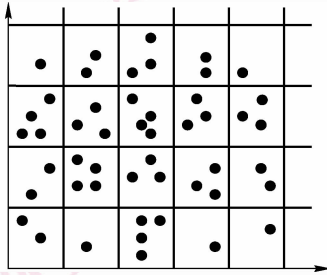


图 1 平面分割(4 × 5 buckets)

Fig. 1 Dividing space into 4 × 5 buckets

3.3 算法描述

根据前面讨论,列出运用 Buckets 分割技术和 LQS 方法估计基本矩阵的步骤:

(1) 建立初始对应点集;

(2) 将第 1 幅视图网格化,等分成 S 个 bucket,统计每个 bucket 中的点数 $N_s, s = 1, \dots, S$,并为每个 bucket 设定一个权值 $p_s = \frac{N_s}{N}$;

(3) 计算随机抽样次数 K ;

(4) 重复 K 次随机抽样:

① 使用 Bucket 分割技术,根据每个小区域的权值 p_s ,从全部匹配对中抽取一个大小为 8 的样本;

② 根据归一化 8 点法^[11],使用该样本计算 F_j ;

③ 根据式(4),用 F_j 计算每对对应点的残差 r_i ;

④ 按照第 3.1 节的方法计算 F_j 的误差 e_j^{lqs} 。

(5) 在(4)中得到一组对应 $\{F_j \leftrightarrow e_j^{lqs}\}$,找到最小误差 $e_k^{lqs} = \min_j \{e_j^{lqs}\}$ 和它对应的基本矩阵 F_k ,记为 F_{opt} 。用 F_{opt} 重新计算每对对应点的残差 r_i ,记 $r_{min} = \min_i \{r_i\}$,根据式(6),所有残差小于阈值 T 的点对的集合即为 inliers, T 的计算公式为(详细推导过程见文献[9])。

$$T = 2.5 \times \frac{1}{\Phi^{-1}\left(0.5 + \frac{1 - \varepsilon}{2}\right)} \times$$

$$[1 + 5/(N - v)] \sqrt{r_{min}} \quad (6)$$

式中, Φ 为标准正态分布的累积分布函数,反函数记为 Φ^{-1} ;

(6) 利用非线性方法由 inliers 重新估计基本矩阵,使用 Levenberg-Marquardt^[12] 方法最小化代价函数 $\sum_{i=1}^N d(m'_i, Fm_i)^2 + d(m_i, F^T m'_i)^2$ 最终获得基本矩阵的极大似然估计。

4 实验

4.1 模拟数据实验

首先采用程序生成同一模拟场景在不同视角两幅图像上的匹配点(点数 $N = 96$),并在每一对匹配点上加不同强度的高斯噪声,得到一组模拟数据。

利用模拟数据,分析如下 3 种算法的鲁棒性和计算精度:LMedS 方法;LQS 方法;使用 5×5 Bucket 分割和 LQS 方法。参数设置如下:置信概率 $P = 0.99$,样本点数 $v = 8$ 。

以 F 表示估计的基本矩阵, F_0 表示真正的基本矩阵,且使 F 和 F_0 的模均为 1。用估计值与真实值差的模 $norm(F - F_0)$ 与平均对极距离作为衡量标准。

仿真实验结果如表 1 和图 2 所示。可以看出,LQS 方法比 LMedS 方法计算精度高;尤其当图像噪声严重时,通过调节预定的野值比例 ε ,LQS 方法的鲁棒性远远高于 LMedS 方法;使用 Bucket 分割技术提高了鲁棒方法的性能。

表 1 3 种方法在不同噪声水平下点到极线的平均距离(像素)

Tab. 1 The averages of discrepancy between points and epipolar lines of 3 methods in different noise level (pixel)

图像噪声 σ	LMedS	LQS	LQS & 5×5 buckets
0.5	1.074 5	0.935 4	0.762 3 ($\varepsilon = 0.2$)
1.0	1.601 1	1.501 0	1.450 1 ($\varepsilon = 0.3$)
1.5	5.466 5	3.231 2	2.994 2 ($\varepsilon = 0.4$)
2.0	7.911 2	7.173 6	6.131 3 ($\varepsilon = 0.4$)
2.5	8.952 1	8.710 8	6.569 2 ($\varepsilon = 0.6$)
3.0	11.115 7	9.302 5	7.141 6 ($\varepsilon = 0.6$)

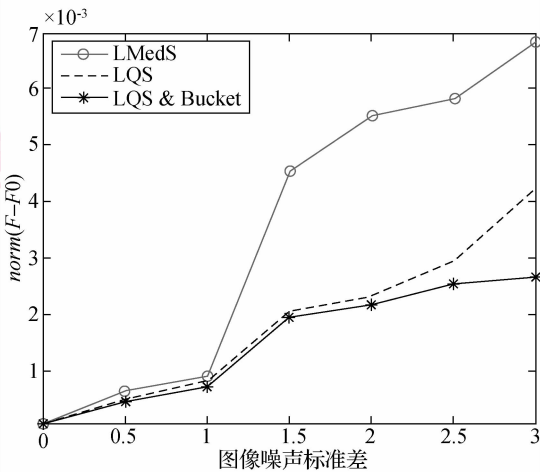


图 2 比较 3 种算法的计算精度

Fig. 2 Comparing the computing precision of 3 methods

4.2 真实图像实验

实验使用文献[7]中的真实图像数据(如图 3 所示),并将本文方法与文献[6]中 M-estimators 方法、LMedS 方法和 RANSAC 方法进行比较。以点到极线距离的均值作为算法的评价标准。实验参数如下:图像匹配点数为 99,置信概率 $P = 99\%$,假定野值比例 $\varepsilon = 0.25$,使用 8×8 的 Bucket 分割。实验结果如图 4 所示,可见 LQS 方法计算获得的平均对极距离最小。

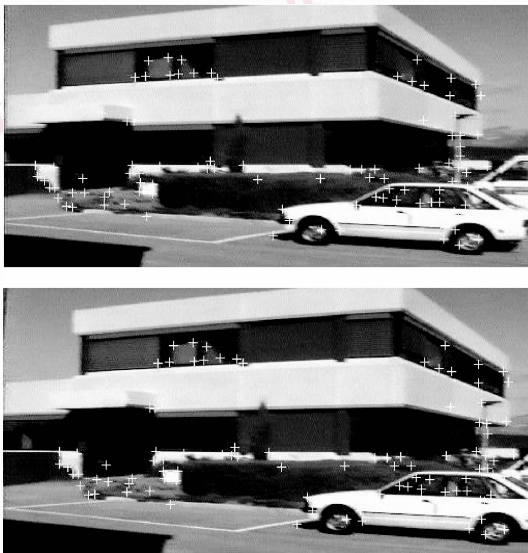


图 3 两幅真实图像和对应点

Fig. 3 Two real images and point correspondences

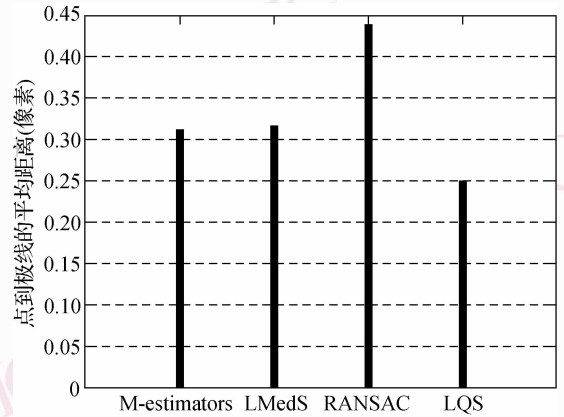


图 4 真实图像实验中 4 种鲁棒方法得到的平均对极距离

Fig. 4 The averages of discrepancy between points and epipolar lines of four robust methods with real images

5 结论

分析了估计基本矩阵鲁棒方法的基本思想和局限性,提出一种新的方法,该方法基于回归分析中的 LQS,克服了图像误差方差的先验知识对计算结果的影响,并且对特征点匹配的准确度没有要求,适用于野值比例大的情况;并采用 Bucket 分割技术,避免了随机抽样检验时样本局部集中的问题。在给出相关理论及算法步骤后,使用模拟数据和真实图像进行验证,实验结果表明本文方法在计算精度和鲁棒性上优于其他经典方法。

参考文献 (References)

- Hartley R I, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision[M]. London: Cambridge University Press, 2000.
- Chen Ze-zhi, Wu Cheng-ke. A linear algorithm with high accuracy for estimating fundamental matrix [J]. Journal of Software, 2002, 13(4): 840-845. [陈泽志, 吴成柯. 一种高精度估计的基础矩阵的线性算法[J]. 软件学报, 2002, 13(4): 840-845.]
- Sun Feng-mei, Hu Zhan-yi. The effects of the simplified camera model on 3D analysis and experiments [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2005, 17(10): 2257-2262. [孙凤梅, 胡占义. 摄像机简化模型对三维重构的影响——分析与实验[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(10): 2257-2262.]
- Brandt S. Maximum likelihood robust regression with known and unknown residual models [A]. In: Proceedings of the ECCV 2002 [C], Copenhagen, Denmark, 2002: 97-102.
- Zhang Z Y. Determining the epipolar geometry and its uncertainty: A review [J]. International Journal of Computer Vision, 1998, 27(2):

- 161-195.
- 6 Tort P H S, Murray D W. The development and comparison of robust methods for estimating the fundamental matrix [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, **24**(3):271-300.
 - 7 Armangue X, Salvi J. Overall view regarding fundamental matrix estimation[J]. *Image and Vision*, 2003, **21**(2):205-220.
 - 8 Fischler M, Bolles R. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. *Communications of ACM*, 1981, **24**(6):381-395.
 - 9 Rousseeuw P, Leroy A. *Robust Regression and Outlier Detection* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1987.
 - 10 Choukroun A, Charvillat V. Bucketing techniques in robust regression for computer vision [A]. In: *Proceedings of SCIA2003, Lecture Notes in Computer Science* [C], Goteborg, Sweden, 2003, **2749**:609-616.
 - 11 Hartley R I. In defense of the eight-point algorithm [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(6):580-593.
 - 12 Madsen K, Tingleff O. *Methods for Non-Linear Least Squares Problems* [M]. Denmark: Technical University of Denmark, 2004.